



延安大学机密

二〇一八年招收攻读硕士学位研究生入学考试业务课试题 B

适用专业名称: _____ 计算数学 _____

考试科目名称: _____ 高等数学 _____ 科目代码: _____ 601 _____

注意事项:

- 1、请将答案直接做到答题纸上, 做在试题纸上或草稿纸上无效。
- 2、除答题纸上规定的位置外, 不得在卷面上出现姓名、考生编号或其它标志。
- 3、本试题共 2 页, 满分 150 分, 考试时间 180 分钟。

一、填空 (每小题 5 分, 共 10 分):

1、若 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+a\Delta x) - f(x-b\Delta x)}{\Delta x} =$ _____ .

2、设 $f(x) = \begin{cases} e^x & 0 \leq x \leq 2 \\ 2a+x & 2 < x \leq 4 \end{cases}$, 则当 $a =$ _____ 时, $f(x)$ 为闭区间 $[0, 4]$ 上的连续函数.

二、计算下列各极限 (每小题 5 分, 共 15 分):

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ 2、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}}$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1+n^2}} + \frac{1}{\sqrt{2+n^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n+n^2}} \right)$

三、求下列函数的导数 (每小题 5 分, 共 15 分):

1. 求由参数方程 $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$

2. $y = (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$ 求 $\frac{dy}{dx}$

3. 由参数方程 $\begin{cases} x = 2t + t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$ 所确定的函数 $y = f(x)$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$.

四、计算下列不定积分 (每小题 5 分, 共 10 分):

1. $\int x^2 e^x dx$

2. $\int \frac{x+1}{x(1+xe^x)} dx$

五、讨论函数 $f(x) = \begin{cases} x & x \leq 0 \\ x \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处的连续性与可导性. (15分)

六、计算积分 $\iint_D x e^{-xy} dx dy$, 其中 D 为区域 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$, (15分)

七、求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} x^n$ 的收敛半径和收敛域 (15分)

八、给出函数 $f(x) = \frac{2}{3+4x}$ 在 $x = 0$ 处的幂级数展式.(15分)

九、设函数 $y = f(x)$ 在闭区间 $[0, 2]$ 内可积, 证明: $F(x) = \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$ 在 (a, b) 内有与 $f(x)$

相同的单调性. (20分)

十、设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a) = f(b) = 0, f'(a) f'(b) > 0$, 试证明 $f(x)$ 在 (a, b) 内必有实零点.(20分)